北海道大学
Hokkaido University

情報知識ネットワーク特論
「情報検索とパターン照合」

情報科学研究科 コンピュータサイエンス専攻
情報知識ネットワーク研究室
喜田拓也

第1回
準備：用語と予備知識

パターン照合問題とは
テキストアルゴリズムの基本用語
有限オートマトンについて
索引データ構造を用いた検索との違い

パターン照合問題(Pattern Matching Problem)とは？

- テキストT中に含まれるパターンPの出現を求める問題
  有名なアルゴリズム:
  - KMP法 (Knuth&Morris&Pratt[1974])
  - BM法 (Boyer&Moore[1977])
  - Karp-Rabin法 (Karp&Rabin[1987])

パターン P: compress

テキスト T: We introduce a general framework which is suitable to capture an essence of compressed pattern matching according to various dictionary based compressions. The goal is to find all occurrences of a pattern in a text without decompression, which is one of the most active topics in string matching. Our framework includes such compression methods as Lempel-Ziv family, (LZ77, LZSS, LZ78, LZW), byte-pair encoding, and the static dictionary based method. Technically, our pattern matching algorithm extremely extends that for LZW compressed text presented by Amir, Benson and Farach [Amir94].

Existence problem と All-occurrences problem

Existence problem

テキスト T: テクマクマヤコンテクマクマヤコン

パタン P: クマクマ

Yes!

All-occurrences problem

テキスト T: テクマクマヤコンテクマクマヤコン

パタン P: クマクマ

2

10

全文検索で文書を単位として検索する場合は、Existence problemで充分
しかし、一般的にはAll-Occurrences problemを指すことが多い

基本用語(計算量の記法)

- アルゴリズムの良し悪しを明確にするためには、計算の複雑さを明確に判断する必要がある
  - 計算にかかる時間や必要となる主記憶容量(メモリ量)が入力(データ)長 n に対してどのくらいかかるのか？

- big-O記法
  - 定義:
    f と g を整数から整数への関数とする。このとき、ある定数CおよびNについて、任意のn>Nに対し f(n) < C・g(n) ならば、f(n) = O(g(n)) と書く。(f は オーダー g という)
  - f と g が同じオーダーのとき、すなわち f(n) = O(g(n)) かつ g(n) = O(f(n)) が成り立つとき、f = Θ(g) と書く。
  - 計算時間を入力長nの関数T(n)で表し、いま T(n) = O(g(n)) であるとする。これはすなわち、「漸近的には高々g(n)に比例した時間しかかからない」ということを意味している。

漸近的計算量の上界を示す記法
(下界を示すΩ記法もある)

例:O(n)、O(n・log n)

基本用語（アルファベット、文字列の定義ほか）

- 用語の定義
  - Σ: 文字の空でない有限集合（アルファベット）
    - 例： Σ={a,b,c,…}, Σ={0,1}, Σ={0x00, 0x01, 0x02,…, 0xFF}
  - x∈Σ*: 文字列（string）、語（word）、テキスト（text）
    - |x|: 文字列xの長さ　　例： |aba|=3
    - ε ：長さが0の文字列＝空語（empty word）という。すなわち |ε |=0
  - x[i]: 文字列xのi番目の文字
  - x[i. . j]: 文字列xのi番目からj番目までの連続した文字のならび
    - i>j の場合は、便宜上 x[i. . j]=ε とする
    - x[1. . i] を特にxの接頭辞（prefix）という
    - x[i. . |x|] を特にxの接尾辞（suffix）という
  - 文字列xとyについて、yから0文字以上の文字を取り除くと、xに等しくなるとき、xをyの部分列（subsequence）という
    - 例： x=abba は、y=aaababaab の部分列
  - x = $a_1a_2\cdots a_k$ ∈Σ* に対して、これを反転させた文字列$a_ka_{k-1}\cdots a_1$を x^R と表記する

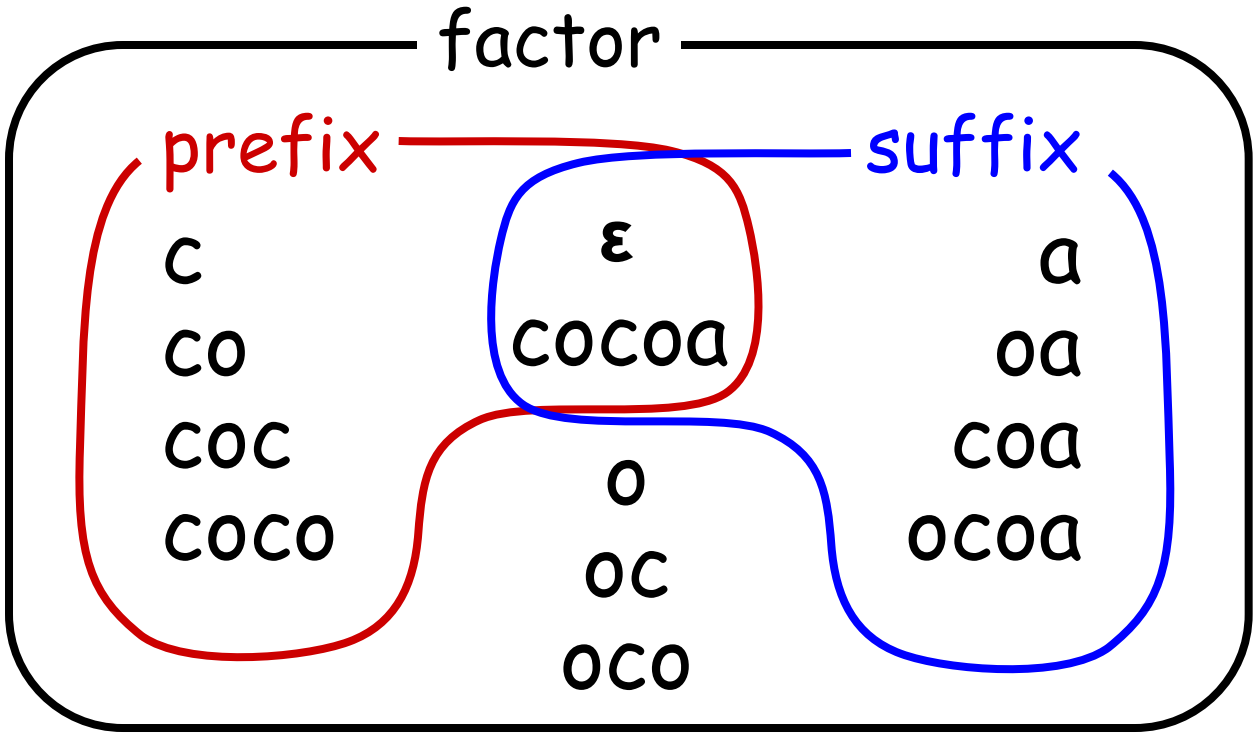
文字 a∈∑は、
letters, characters, symbols
とも呼ばれる

部分文字列（substring, subword）
あるいは**ファクター**（factor）と呼ばれる

部分文字列との違いに注意！

Prefix, Factor, Suffixの例

w = cocoa



演習1: 語 w=ROYCE のprefixを列挙せよ。
演習2: 語 w=ろくろくび のfactorを列挙せよ。

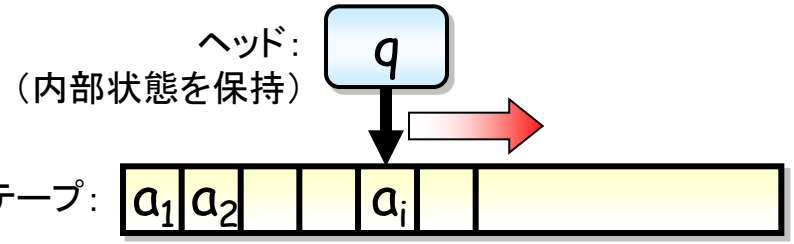
有限オートマトン

- 有限オートマトン(Finite Automaton)
  - 出力が入力と内部状態に応じて決定される自動機械(Automata)
  - 状態数は有限個である
  - 状態遷移や出力の定義や補助記憶領域の有無によって、さまざまな種類がある
    - 非決定性オートマトン、順序機械、プッシュダウンオートマトンなど
  - (機械的な)言語を定義する能力があり、文字列の字句解析に用いられることが多い
    - 計算機科学分野ではあらゆる方面でててくる基礎的概念！
    - ソフトウェア設計(UMLの状態遷移図)などにも用いられる！
    - もちろん、パターン照合問題にも深く関係がある！

※ 参考文献:「オートマトンと計算可能性」 有川節夫・宮野悟著、培風館
「形式言語とオートマトン」 守屋悦朗著、サイエンス社

（決定性）有限オートマトンの定義

- （決定性）有限オートマトン　$M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$
  - $K = \{q_0, q_1, \ldots, q_n\}$： 状態の集合
  - $\Sigma = \{a, b, \ldots, c\}$： 文字の集合（アルファベット）
  - q_0： 初期状態
  - δ： 遷移関数 $K \times \Sigma \rightarrow K$
  - F： 受理状態の集合（K の部分集合）
- 遷移関数について
  - 次のようにして定義域を拡張する
    - $\delta(q, e) = q \quad (q \in K)$
    - $\delta(q, ax) = \delta(\delta(q, a), x) \quad (q \in K, a \in \Sigma, x \in \Sigma^*)$
  - 文字列wに対して$\delta(q_0, w)$は、語wを入力したときの状態をあらわす。
  - $\delta(q_0, w) = p \in F$ であるとき、M はwを受理するという。
  - Mが受理する文字列全体 $L(M) = \{w \mid \delta(q0, w) \in F\}$ を有限オートマトンMによって受理される言語という。



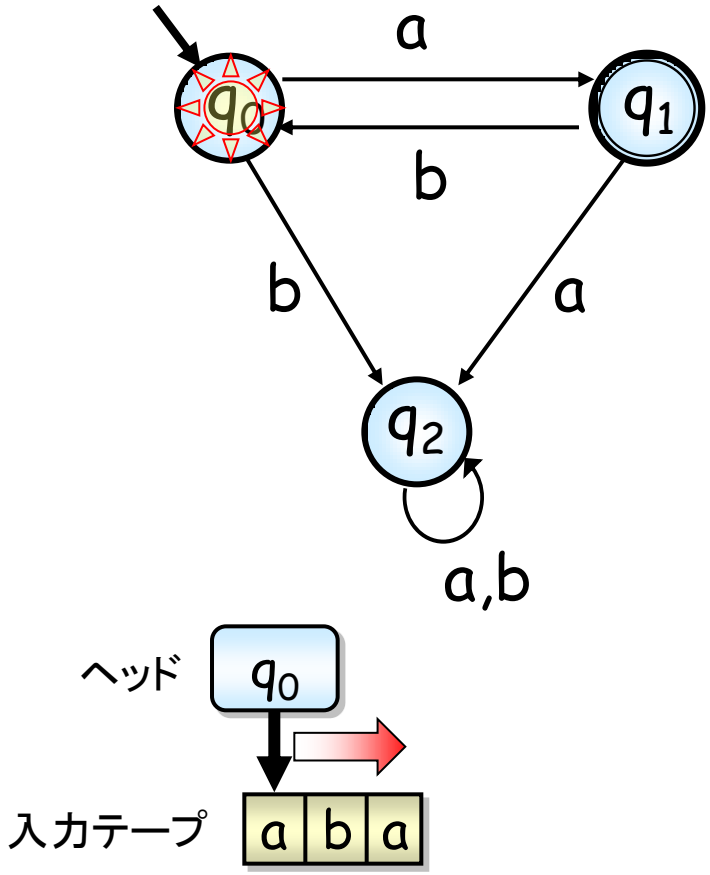
（決定性）有限オートマトンの例

状態遷移

$$\begin{aligned}\delta(q_0, aba) &= \delta(\delta(q_0, a), ba) \\ &= \delta(q_1, ba) \\ &= \delta(d(q_1, b), a) \\ &= \delta(q_0, a) \\ &= q_1 \in F\end{aligned}$$

$$L(M) = \{a(ba)^n \mid n \geqq 0\}$$

状態遷移図（図2）



非決定性の有限オートマトンの定義

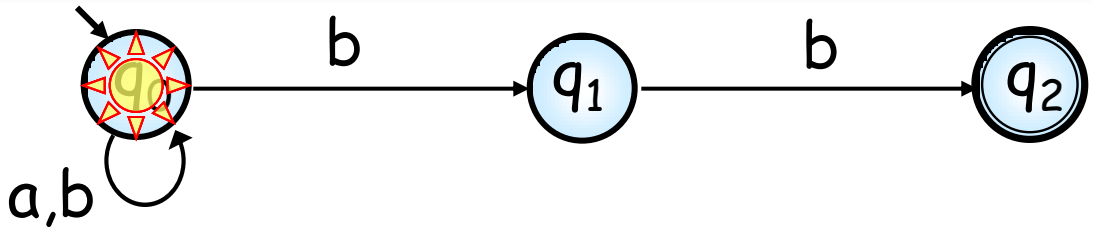
- 非決定性有限オートマトン　$M=(K, \Sigma, \delta, Q_0, F)$
  - $K = \{q_0, q_1, \ldots, q_n\}$： 状態の集合
  - $\Sigma = \{a, b, \ldots, c\}$： 文字の集合（アルファベット）
  - $Q_0 \subset K$：初期状態の集合
  - δ ： 遷移関数 $K \times \Sigma \rightarrow 2^K$
  - F： 受理状態の集合（K の部分集合）

つまり、遷移する先が一意には決まらない！

現在の状態が複数存在

- 遷移関数について：
  - 遷移関数の定義域を次のようにして$K \times \Sigma$ から $K \times \Sigma^*$へ拡張する
    - $\delta(q, e) = \{q\}$
    - $\delta(q, ax) = \bigcup_{p \in \delta(q, a)} \delta(p, x)$　　$(q \in K, a \in \Sigma, x \in \Sigma^*)$
  - さらに $2^K \times \Sigma^*$ に拡張
    - $\delta(S, x) = \bigcup_{q \in S} \delta(q, x)$
  - $x \in \Sigma^*$ について$\delta(Q0, x) \cap F \neq \Phi$ であるとき、Mはxを受理するという。

非決定性オートマトンの例



非決定性有限オートマトンの状態図

例えば abb に対しては $\delta(q_0, abb) = \delta(q_0, bb)$

$= \delta(q_0,b) \cup \delta(q_1,b)$

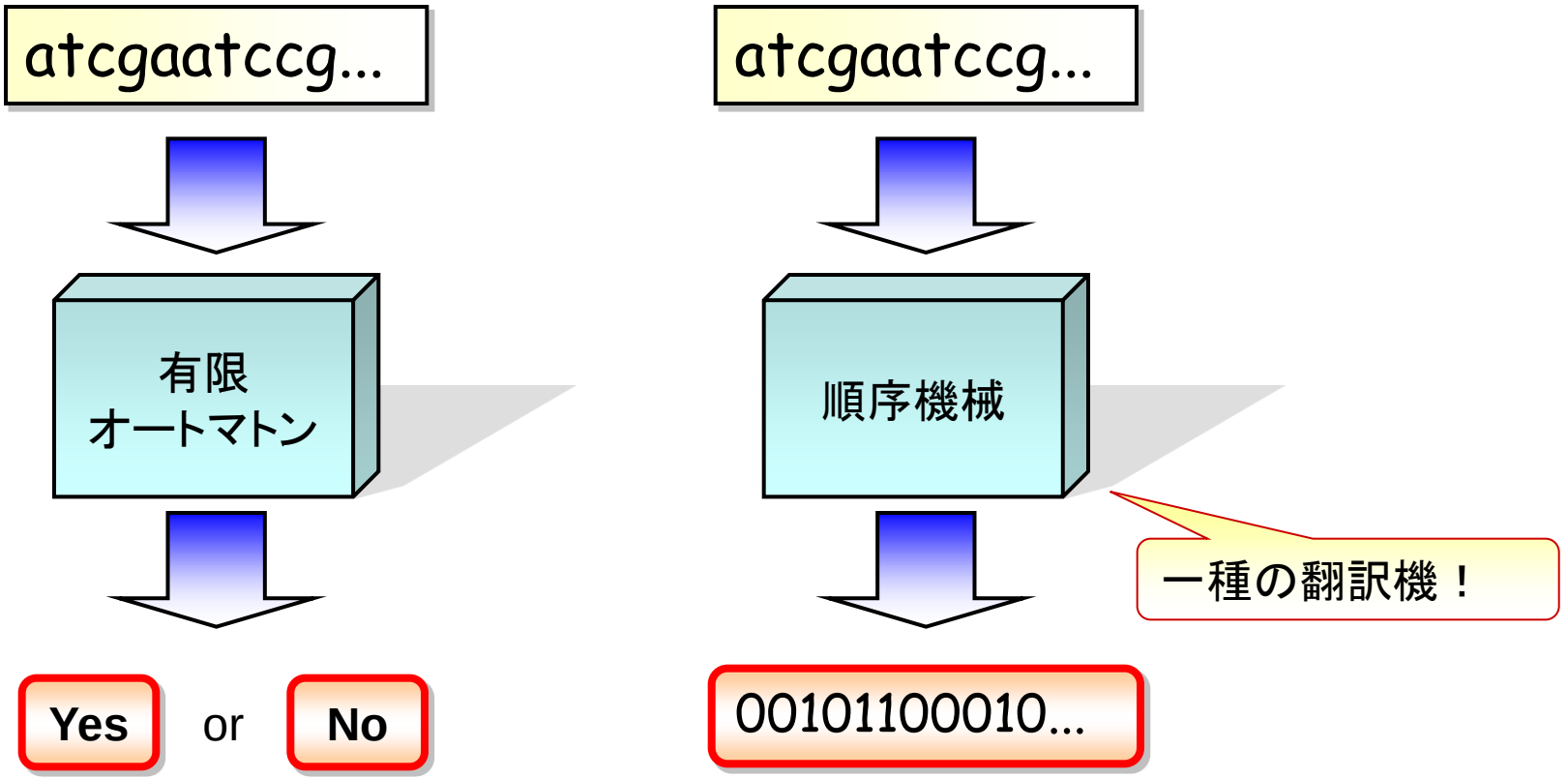
$= \{q_0\} \cup \{q_1\} \cup \{q_2\}$

$= \{q_0, q_1, q_2\}$

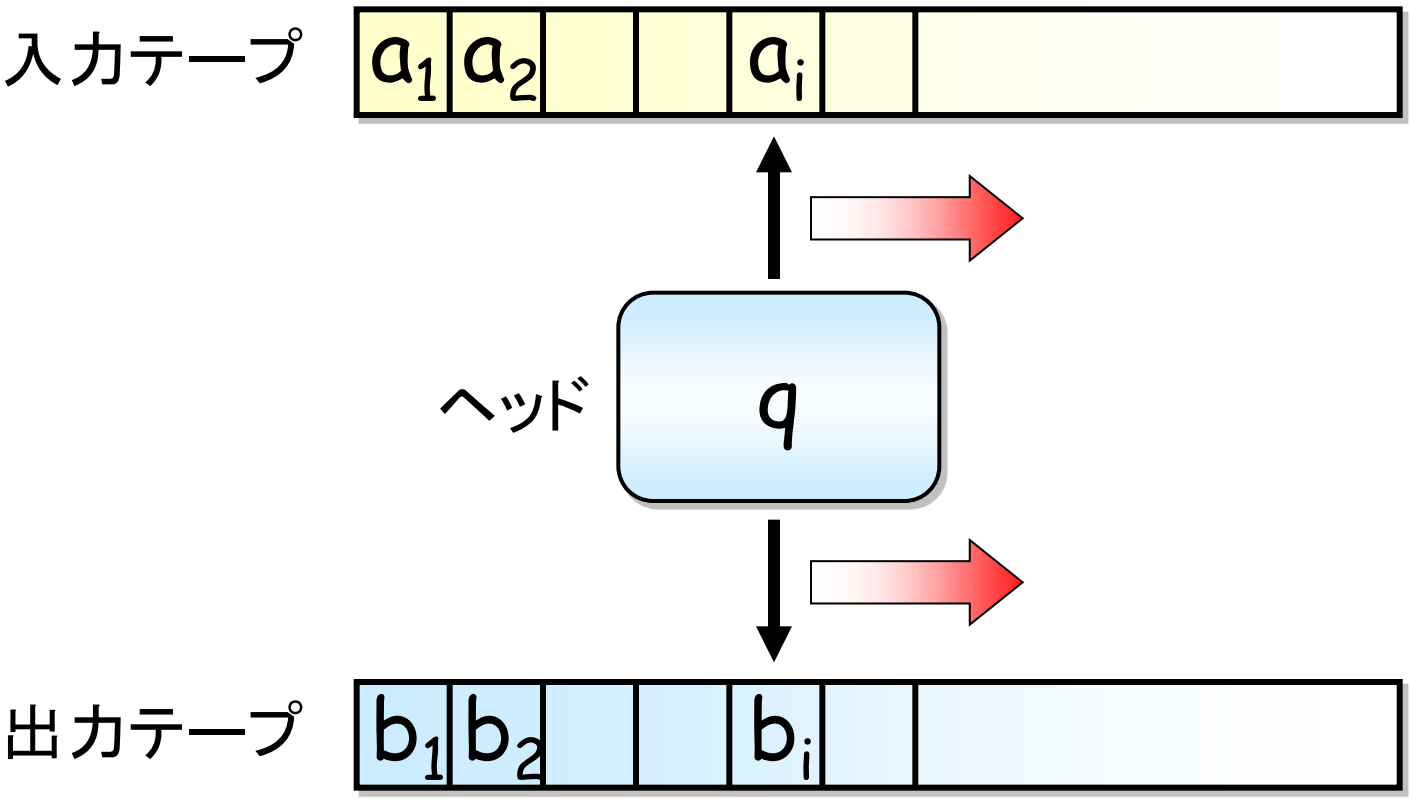
となり $q_2 \in F$ であるから $abb \in L(M)$ である。

順序機械

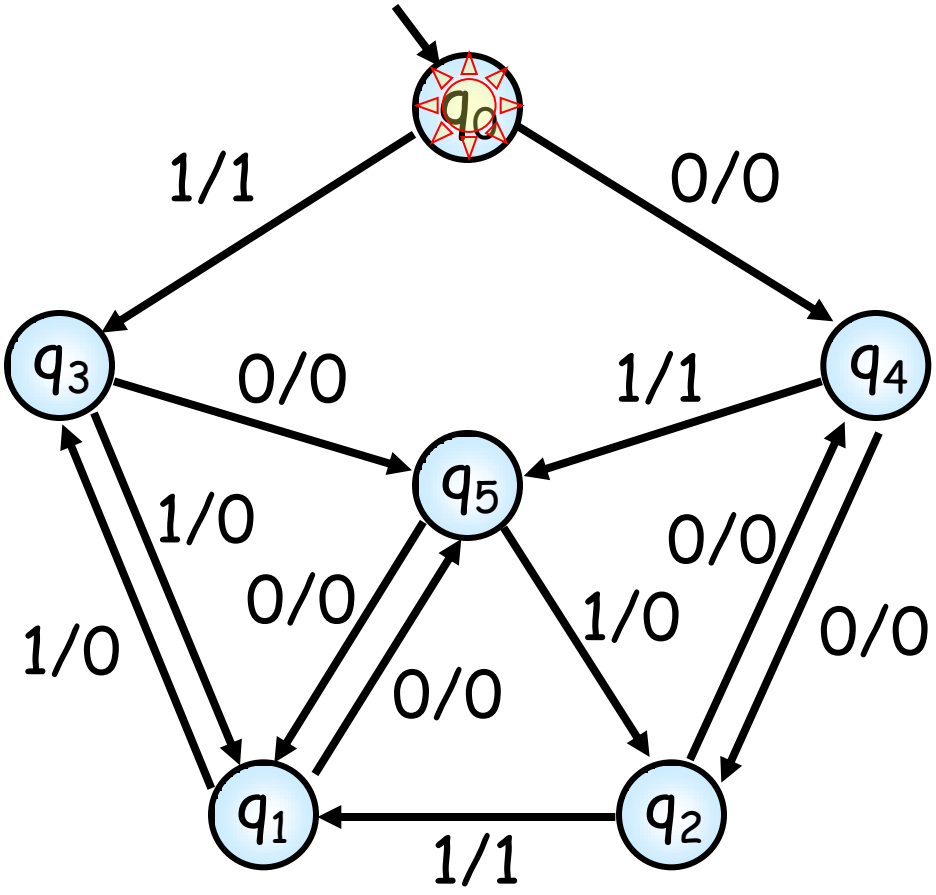
順序機械とは･･･


atcgaatccg...
有限
オートマトン
Yes
or
No
atcgaatccg...
順序機械
00101100010...
一種の翻訳機！

順序機械の概念図



順序機械の例



$\lambda(q_0, 011)$

$= \lambda(q_0, 0)\lambda(\delta(q_0,0), 11)$

$= 0\lambda(q_4, 11)$

$= 0\lambda(q_4, 1)\lambda(\delta(q_4,1), 1)$

$= 01\lambda(q_5, 1)$

$= 010$

索引データ構造を用いた検索との違い

文字列照合による検索

- 長所
  - ✓ 余計なデータ構造が不要
  - ✓ データの更新に対して柔軟
- 短所
  - ✓ 検索がおそい　O(n)
  - ✓ スケーラビリティが低い

小規模文書群に対する検索向き
(例：UNIX の grep)

索引データ構造を用いた検索

- 長所
  - ✓ 検索がはやい　O(m log n)
  - ✓ スケーラビリティが高い
- 短所
  - ✓ 索引構造を構築する手間がかかる
  - ✓ データの更新に対して柔軟性に欠ける
  - ✓ 索引構造のためのスペースが必要

中・大規模DBに対する検索向き
(例：namazu, sufary, mg, Googleほか)

第1回 まとめ

- パターン照合問題とは、
  - テキストT中に含まれるパターンPの出現を求める問題
  - Existence problemとAll-occurrence problemがある
- テキストアルゴリズムの基本用語
  - 計算量の記法：big-O記法
  - アルファベット、文字列、Prefix、Factor、Suffix
- 有限オートマトン
  - 決定性有限オートマトン：　言語を定義できる
  - 非決定性有限オートマトン：　現在の状態と遷移先が複数ある
  - 順序機械：　入力に対して、逐次に出力がある
- 索引データ構造を用いた検索との違い
  - 文字列照合による検索は、索引データ構造を用いた検索に比べて遅いというのが一般的な見方だが、優れた利点もある。