

追補(演習3): 順序木の列挙(木マイニング)

有村博紀

北海道大学大学院情報科学研究科

演習3: 順序木の列挙(木マイニング)

順序木に関する次の問題に答えよ..

1. サイズが $n = 4$ 以下の順序木を全て書き出せ. それらの総数は何個か?
2. オプション問題) 正整数 n を入力としてもらい, サイズが n 以下の順序木をすべて書きだすプログラムを書け. プログラミング言語は何を使ってもよい. 日本語や英語の疑似コードでもかまわない.

演習: 集合の列挙 (頻出集合マイニング)

Let $S = \{1, 2, 3, 4\}$ be a finite set of four elements.

1. Write all ordered trees of size up to $n = 4$.
2. How many are they?
3. Optional Problem) Write a computer program (algorithm) that receives a positive integer n , and prints all ordered trees of size n . You can use any programming languages as well as pseudo code written in Japanese/English.

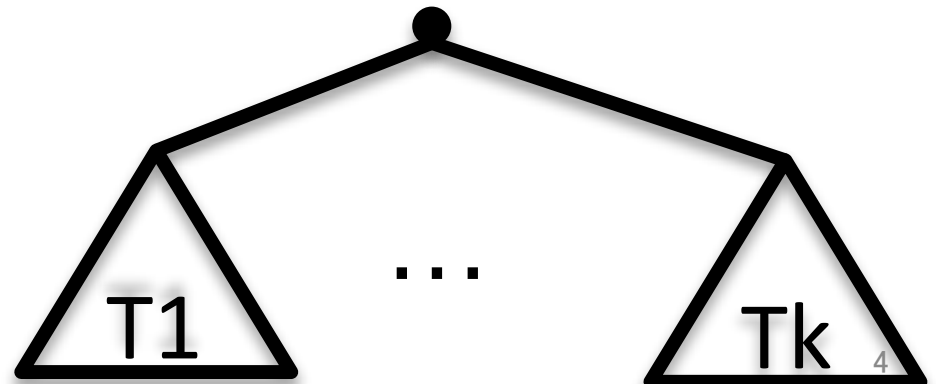
順序木

- 順序木は、子供の間には順序がある根付き木。
- サイズ1の順序木は一つの頂点からなる。
- サイズ $n \geq 2$ の順序木は、次のように作られる：
サイズ $n_1, \dots, n_k \geq 1$ の k 個の順序木があったら、
新しい頂点の下にそれらを並べると、サイズ $n = 1 + n_1 + \dots + n_k$ の順序木が得られる。

サイズ1の順序木



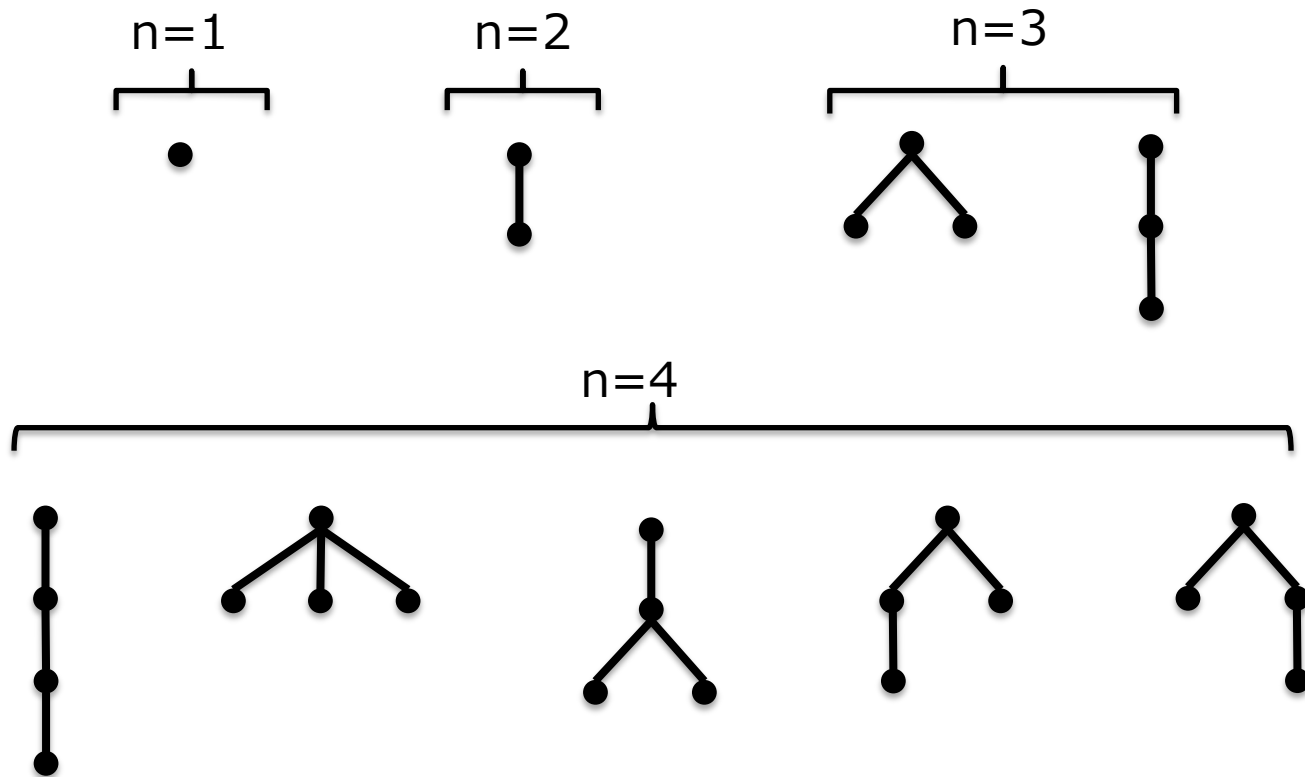
サイズ $n = 1 + n_1 + \dots + n_k$ の順序木 T



問題1の回答

サイズ $n = 4$ までのすべての順序木を示す.

総数は9個.



順序木の列挙(生成)

- 深さ優先探索で, サイズ n までの順序木を列挙(もれなく, 重複なく生成)することができる
- 方針
 - サイズ1の木からはじめて, 新しい頂点を一つずつ加えていく
- 最右拡張法(rightmost expansion)
 - サイズ $n-1$ の現在の順序木を受け取る.
 - 最右枝上の頂点に, その最も右の子として, 新しい頂点を追加して, サイズ n の順序木を生成する.
 - 最右枝上: 木の根から木の一番右下の頂点(=前順巡回番号が最大)までの枝
 - 再帰呼び出しを使って, すべての可能な位置に上記の追加を系統的に試す.
 - それ以上追加できなくなったら探索の親へ戻る.

例：順序木の生成

$n=1$

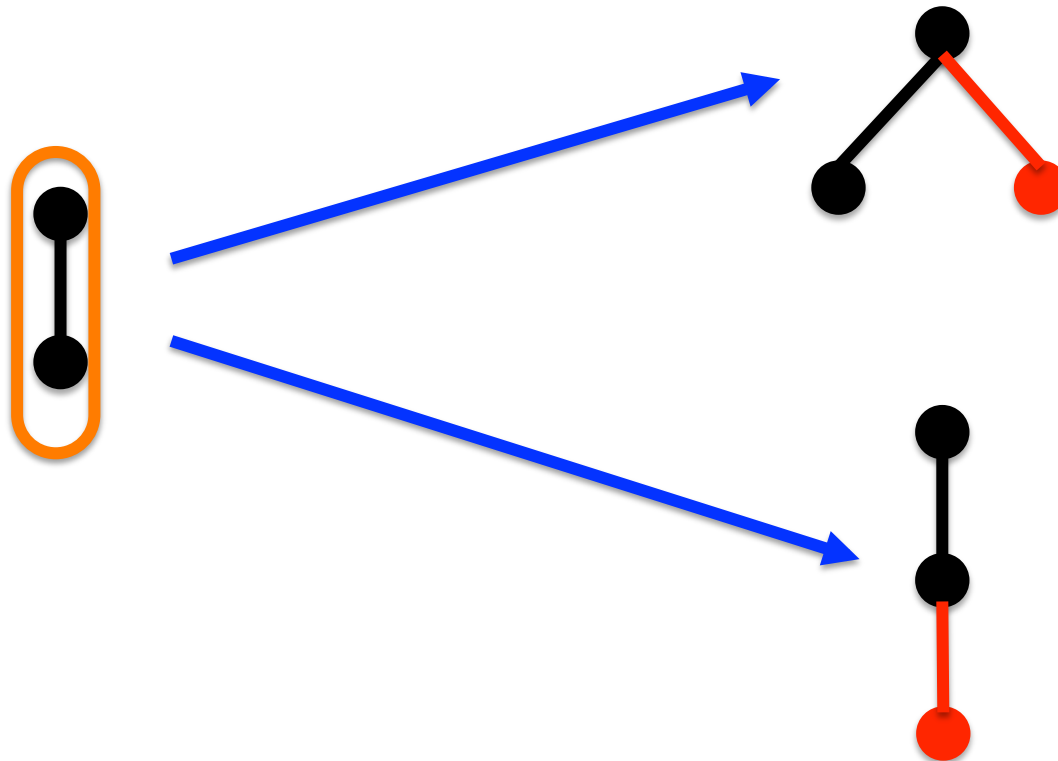
$n=2$



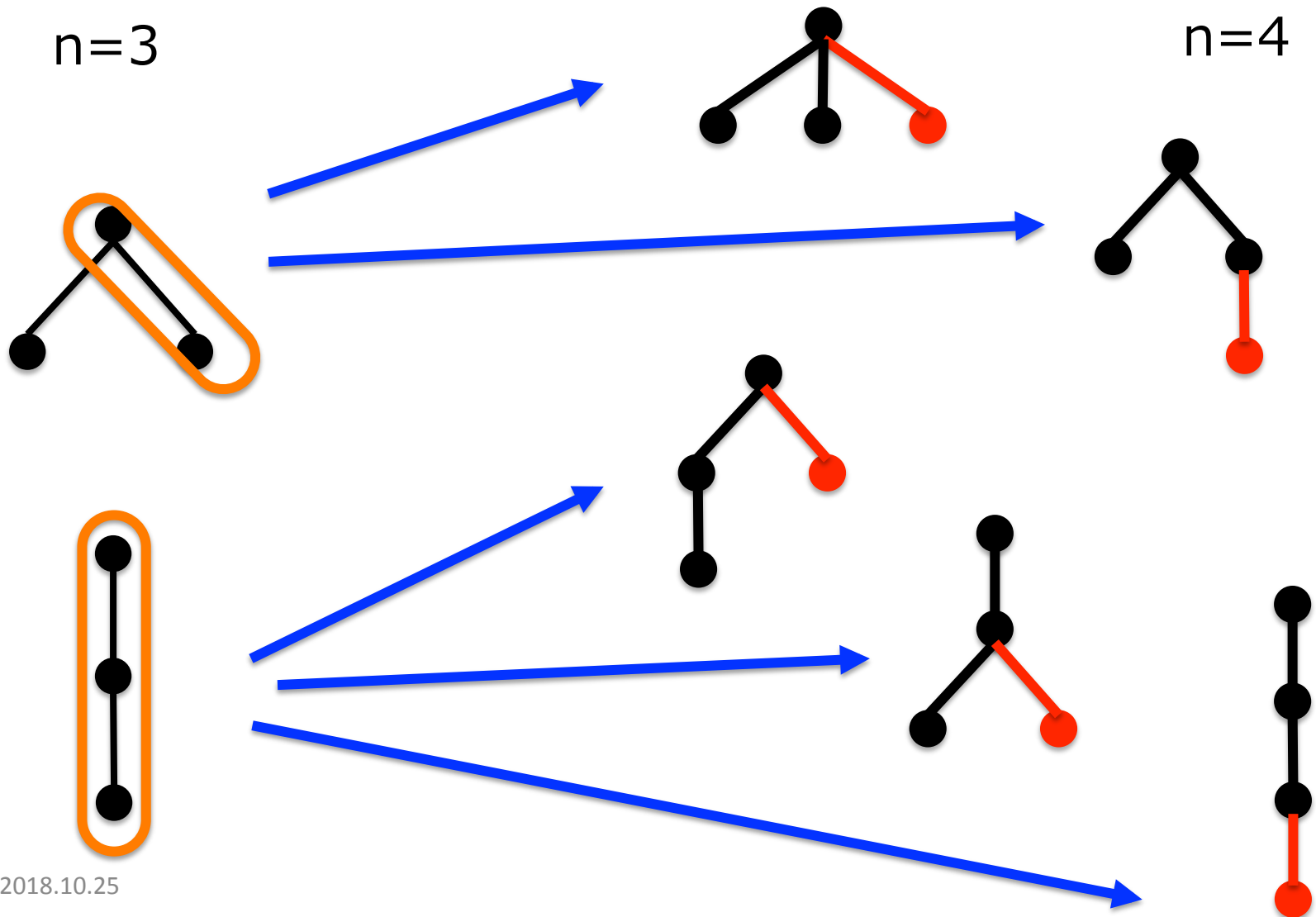
例：順序木の生成

$n=2$

$n=3$

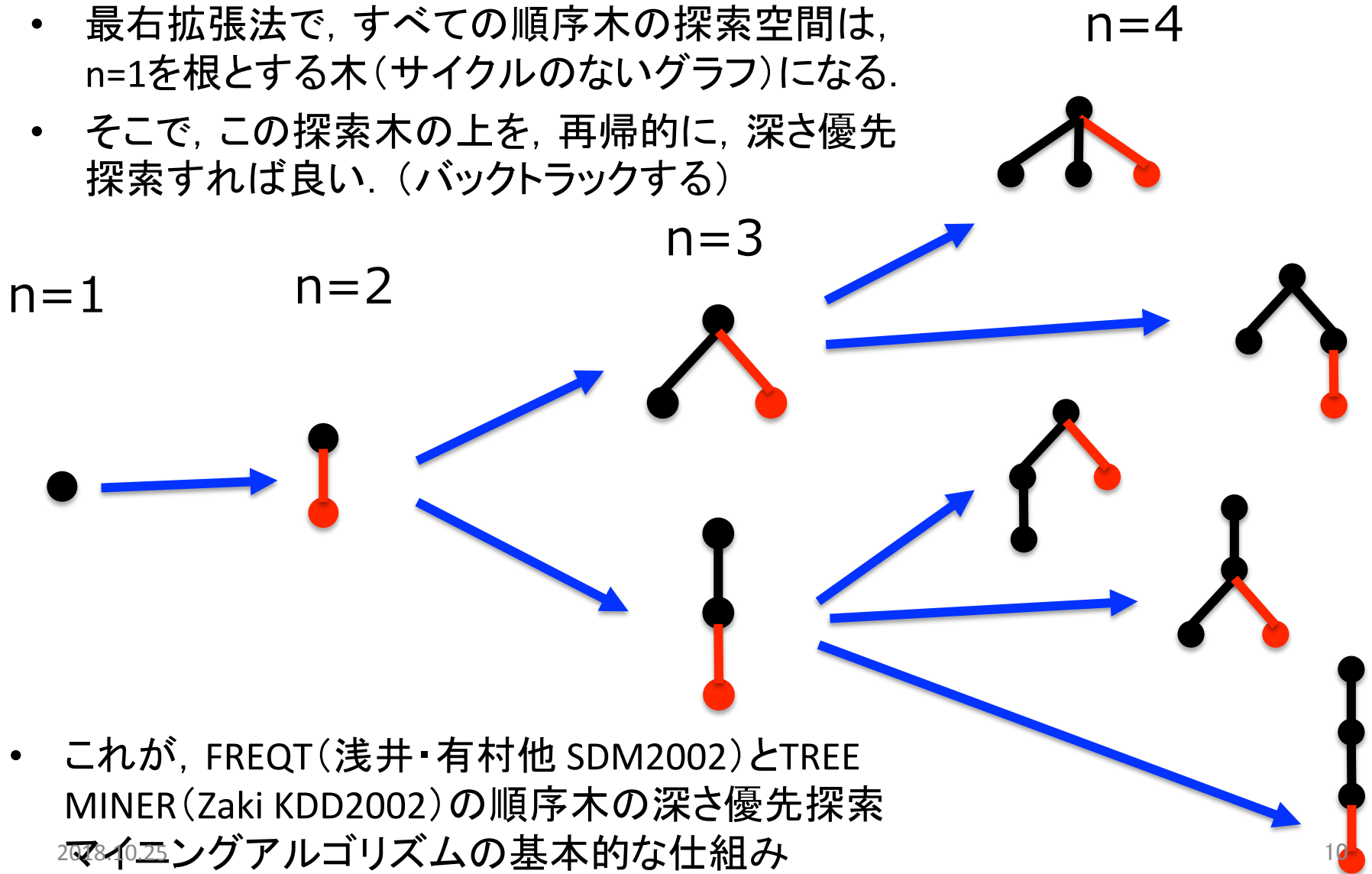


例：順序木の生成



順序木の列挙アルゴリズム

- 最右拡張法で、すべての順序木の探索空間は、 $n=1$ を根とする木(サイクルのないグラフ)になる。
- そこで、この探索木の上を、再帰的に、深さ優先探索すれば良い。(バックトラックする)



問題2の回答. 入力として正整数 n を受け取り, サイズ n 以下の全ての順序木を出力するプログラム (ruby言語).

```
def enum(t, k, n)
  ##output a tree t
  print "size: #{k}, tree: #{t.str()}¥n"
  if k >= n then
    return
  end
  x = t ## root of t
  while (x != nil)
    if x.sons.empty? then
      next_x = nil
    else
      #現在頂点xの末っ子を得る
      next_x = x.sons[x.sons.size - 1]
    end
    x.sons.push(X.new()) #末っ子の追加
    enum(t, k+1, n) #再帰呼び出し
    x.sons.pop() #末っ子の追加を取りけす
    x = next_x
  end
end

enum(Node.new(), 1, n) #メインの呼び出し
#EOF
```

#プログラムの後半

- 木 t に頂点を追加して, サイズ n 以下の順序木をすべて出力する
- Nodeオブジェクトは, 連番(id)と子供のリスト(sons)をもつ.
- 再帰手続き $enum(t, k, n)$ は, 木 t と, そのサイズ k , 最大サイズ n を受け取り, t に新しい頂点を追加して得られるサイズ k 以下の順序木を全て探索し, 出力する.
- 追加では, 木 t の最右枝上のノードを選び, その末っ子として新しい頂点を追加する.
- サイズが1の木から開始する.

(3) プログラムの前半部分（ヘッダー部分） .

```
#coding: utf-8
if ARGV.size() < 1 then
  print "usage: #{ $0 } n¥n
  exit 1;
end
n = ARGV[0].to_i ## 文字列を整数に変換
print "#{ $0 }: printing all ordered trees of size
#{ n }...¥n"
class Node
  @@node_id = 0
  def initialize()
    @id = @@node_id
    @children = []
    @@node_id = @@node_id + 1
  end
  attr_accessor :id      ## getter/setter
  attr_accessor :children ## getter/setter
  def str()
    自分を根とする木を印刷する.
  end
end
```

Ruby言語はやわかり (Quick tour)

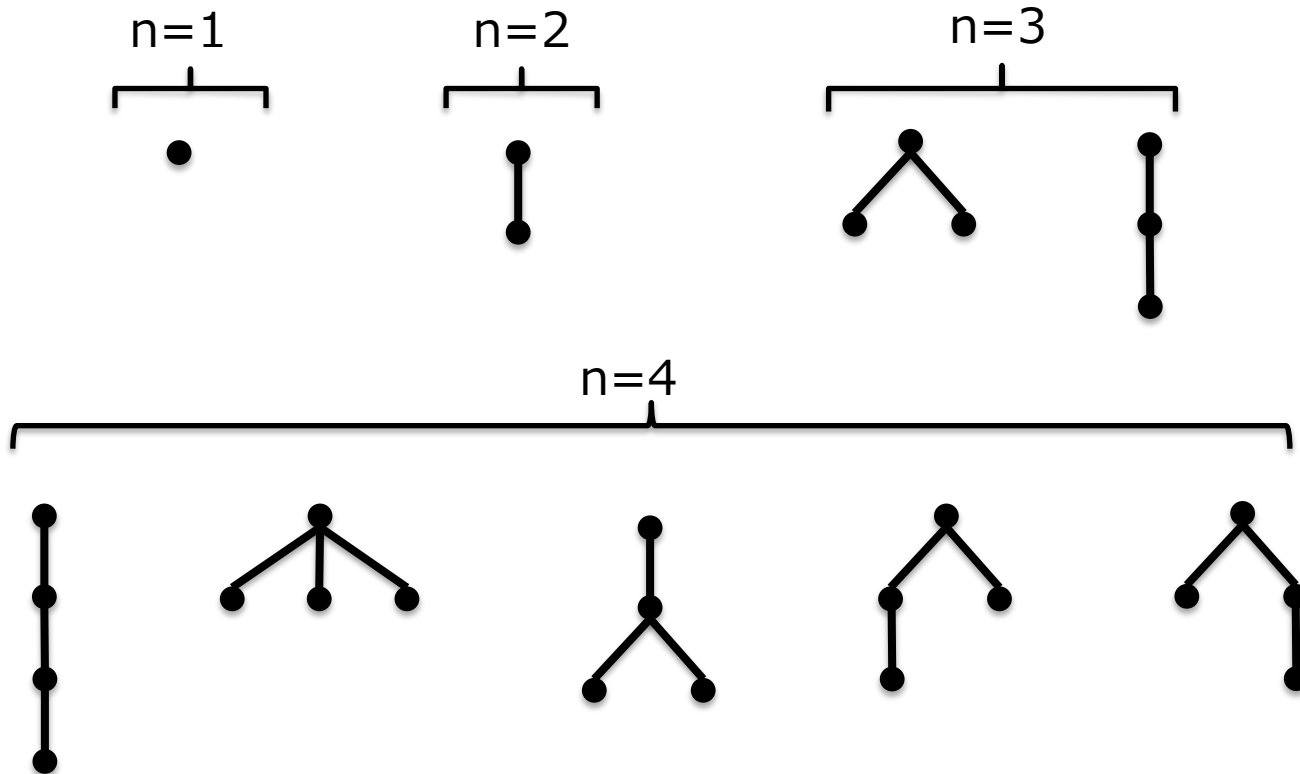
- 言語一般

- ARGV: コマンド引数の配列
- def 名前(引数) ... end: 関数定義
- if 条件 then ... else ... end: 条件文
- while 条件 ... end: 繰り返し文
- 文字列出力. `#{x}`: 変数xを文字列表現で展開する
- 配列A. 空配列[], `A[i]` 第i番目の要素, `A.push(x)` 末尾へ要素追加, `A.pop()` 末尾要素の削除

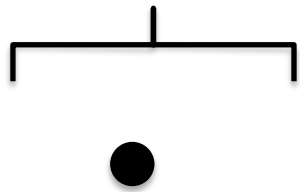
- クラス関係

- class 名前 ... end: クラス定義
- クラス名.new: クラスのインスタンス (オブジェクト) 生成
- @@名前: クラス変数 (クラス内のグローバル変数)
- @名前: インスタンス変数 (オブジェクトのメンバー変数)
- attr_accessor :名前: インスタンス変数のセッター/ゲッター定義 (例えばインスタンス変数@idに対して, "attr_accessor :id"としておくと, "A.id = x" や "x = A.id"と書けるようになる)

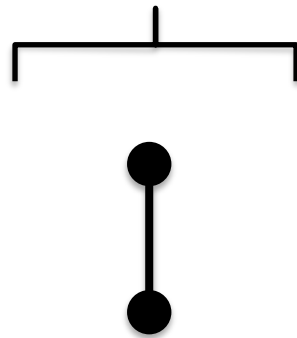
例：順序木の生成



n=1



n=2



n=3

